

Les produits d'intermodulation passifs (PIM) dans les charges utiles de satellites de télécommunication

Jacques Sombrin

Séminaire TéSA 7 décembre 2017

































































Modèles mathématiques
 Un modèle mathématique possible est donné par l'équation différentielle ordinaire linéaire et homogène du premier ordre :
$xy'+p(x)y=0$ avec $p(x)=\sum_{k=0}^{\infty}p_kx^k$
• Si on pose : $y = \alpha x^r$, on a : $y' = \alpha . r . x^{r-1}$, d'où : $r . x^r + \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k x^r = 0$
• Pour le degré r , soit $k = 0$, on a l'équation indicielle : $r + p_0 = 0$ soit $r = -p_0$
• Alors, la fonction $y = \alpha x^r$ (α indéterminé) est une solution particulière de l'équation :
$x y' = r y$ ou $\frac{dy}{y} = r \frac{dx}{x}$ ou $\frac{dy}{dx} = r \frac{y}{x}$
• On s'arrête là si les coefficients suivants du polynôme $p(x)$ sont nuls
• La solution donnée ainsi n'est définie que pour les $x \ge 0$
• Pour la prolonger vers les $x < 0$, on peut prendre une solution symétrique ($y = \alpha x ^r$) ou bien antisymétrique ($y = \beta \operatorname{signe}(x) x ^r$) ou bien quelconque (puisqu'il n'y a pas de continuité en 0).
• La solution générale est de la forme : $y = \alpha x ^r + \beta \operatorname{signe}(x) x ^r$
7 décembre 2017 Jacques Sombrin - Produits d'intermodulation passifs 34



Séries de Frobenius	
• Si les autres coefficients du polynôme p ne sont pas nuls, la solution est une série de Frobenius de la forme :	
$y(x) = x^r \sum_{k=0}^{\infty} a_k(r) x^k$	
• Alors: $y'(x) = x^r \sum_{k=0}^{\infty} (k+r) a_k(r) x^{k-1}$	
$\sum_{k=0}^{\infty} (k+r) a_k(r) x^k + \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k \cdot \sum_{k=0}^{\infty} a_k(r) x^k = 0$	
• On a toujours : $r = -p_0$	
• Le terme a_0 de degré minimum de y est indéterminé, on prend $a_0 = 1$	
• Le terme suivant est donné par : $(r+1)a_1 + p_1a_0 + p_0a_1 = 0$ soit $a_1 = -p_1a_0 = -p_1$	
Les termes suivants sont obtenus par récurrence	
 La série de Frobenius est une série de Taylor multipliée par un terme de degré réel, en général non-entier 	
 Pour prolonger la solution vers les x < 0, comme dans le cas précédent, on peut prendre une solution symétrique ou bien antisymétrique ou bien quelconque (puisqu'il n'y a pas de continuité en 0) 	
 Si r n'est pas entier, ou si la symétrie ne correspond pas à la parité la solution n'a pas de développement de Taylor en 0 	
7 décembre 2017 Jacques Sombrin - Produits d'intermodulation passifs 36	



